

Задачи муниципального этапа 2025-2026 учебного года

7 класс

7.1. У малыша Димы на два зуба больше, чем у малышки Юли. У боксёра Коли зубов столько же, сколько у Димы и Юли, вместе взятых, но вдвое меньше, чем у биолога Вани. Всего на них четверых приходится 64 зуба. Сколько у кого зубов?

7.2. Три друга – Пётр, Роман и Сергей - учатся на математическом, физическом и химическом факультетах. Если Пётр математик, то Сергей не физик. Если Роман не физик, то Пётр математик. Если Сергей не математик, то Роман - химик. Сможете ли вы определить специальности каждого?

7.3. Дан прямоугольник, у которого длина в полтора раза больше ширины. Известно, что периметр прямоугольника численно равен его площади. Найдите стороны прямоугольника.

7.4. Винни-Пух и Тигра лезут на две одинаковые елки. Вверх Винни-Пух лезет в два раза медленнее, чем Тигра, а вниз Винни-Пух спускается в три раза быстрее, чем Тигра. Начали и закончили Винни-Пух и Тигра одновременно. Во сколько раз быстрее Тигра лезет вверх, чем вниз?

7.5. В ряд стоят 20 свободных стульев. Время от времени к ним подходит человек и садится на один из свободных стульев, при этом один из его соседей, если таковые есть, моментально встаёт и уходит (вместе эти двое не сидят). Какое максимальное число стульев может быть занято?

8 класс

8.1. Доказать, что число $n^3 + 17n$ делится на 6 при любом натуральном n .

8.2. В олимпиаде по математике приняло участие более 55 и менее 60 школьников. При этом число мальчиков составило более 90% и менее 91% от числа девочек. Сколько мальчиков и сколько девочек приняло участие в олимпиаде? Укажите все возможные случаи.

8.3. После того, как учительница Марья Ивановна пересадил Вовочку с первого ряда на второй, Ванечку со второго ряда на третий, а Машеньку с третьего ряда на первый, средний возраст учеников, сидящих в первом ряду, увеличился на неделю, сидящих во втором ряду увеличился на две недели, а сидящих в третьем ряду уменьшился на четыре недели. Известно, что на первом и на втором ряду сидят по 12 человек. Сколько человек сидит в третьем ряду?

8.4. На медиане BM треугольника ABC ($BM > \frac{AC}{2}$) отмечена точка K так, что $BK = \frac{AC}{2}$. Известно, что $\angle BMA = 60^\circ$. Доказать, что $AB = KC$.

8.5. Алёша и Витя отправляются из пункта N в пункт M , расстояние между которыми равно 20 км. К сожалению, на двоих у них есть только один велосипед. Из N Алёша выезжает на велосипеде, а Витя выходит пешком. Алёша может оставить велосипед в любой точке дороги, продолжив путь пешком. Когда Витя дойдет до этой точки, он пересаживается на велосипед. Скорость Алёши пешком – 4 км/ч, на велосипеде – 15 км/ч. Скорость Вити пешком – 5 км/ч, на велосипеде – 20 км/ч. В какой точке Алёша должен оставить велосипед, чтобы в M они с Витей прибыли одновременно?

9 класс

9.1. Докажите, что $2^{39} + 2^9$ делится на 100.

9.2. Относительно чисел a, b, c, d известно, что $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 1$, $ac + bd = 0$. Вычислите $ab + cd$.

9.3. Точка D - середина стороны AC треугольника ABC , DE и DF - биссектрисы треугольников ABD и CBD . Отрезки BD и EF пересекаются в точке M . Докажите, что $DM = \frac{1}{2} EF$.

9.4. В коробке лежат несколько (больше трёх) шариков. Каждый покрашен в какой-то цвет. Если достать из коробки любые три шарика, то среди них обязательно будет хотя бы один красный и хотя бы один синий. Сколько шариков может быть в коробке?

9.5. В круг выложили 30 бусин (голубых и зелёных). У 26 бусин соседней была голубая, а у 20 бусин соседней была зелёная. Сколько было голубых бусин?

10 класс

10.1. Сколько существует четырёхзначных чисел, которые делятся на 17 и оканчиваются на 17?

10.2. Известно, что $a+b+c=7$, $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{7}{10}$. Найдите $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$.

10.3. От двух кусков сплава серебра и золота (с различным содержанием золота) массой в 6 кг и 12 кг отрезали по куску равной массы. Каждый из отрезанных кусков сплавляли с остатком другого куска, после чего процентное содержание золота в обоих сплавах стало одинаковым. Какова масса каждого из отрезанных кусков?

10.4. Прямоугольный треугольник ABC (катет BC больше катета AC) вписан в окружность. На стороне BC выбрана такая точка D , что $BD=AC$, точка M – середина дуги ACB . Найдите угол CDM .

10.5. У Васи есть три банки с красками разного цвета. Сколькими различными способами он может покрасить забор, состоящий из 10 досок так, чтобы любые две соседние доски были разных цветов, и при этом он использовал краски всех трёх цветов?

11 класс

11.1. Решить уравнение $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}=2$.

11.2. Чему может быть равно значение выражения $p^4 - 3p^3 - 5p^2 + 16p + 2015$, если p является корнем уравнения $x^3 - 5x + 1 = 0$?

11.3. У Васи есть три банки с красками разного цвета. Сколькими различными способами он может покрасить забор, состоящий из 10 досок так, чтобы любые две соседние доски были разных цветов, и при этом он использовал краски всех трёх цветов?

11.4. Треугольник ABC - равносторонний. На стороне AC отметили точку M , а на стороне BC - точку N , причём $MC=BN=2AM$. Отрезки MB и AN пересекаются в точке Q . Найдите угол CQB .

11.5. В шахматном турнире на кубок города участвовали мальчики и девочки из школ города. Каждый игрок играл с каждым по одной партии, за победу давалось 1 очко, за ничью – 0,5, за поражение – 0. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мальчиками. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.